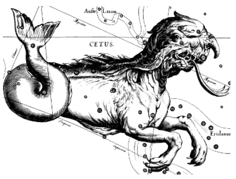

Районный этап
Всероссийской олимпиады
по астрономии
Санкт-Петербург

2020

27
ноября

---

11 класс

---

1. Взрыв сверхновой произошёл ровно 10 суток назад. Наблюдения показали, что скорость оболочки сверхновой на уровне фотосферы равна 10^4 км/с, а эффективная температура фотосферы 10^4 К. Считая, что фотосфера расширяется с постоянной скоростью, оцените светимость сверхновой в момент наблюдений.

Решение:

Без особой потери точности (что можно проверить в процессе решения) можно считать, что взрыв сверхновой начинается из точки. Тогда радиус фотосферы через 10 суток после вспышки можно получить просто умножением времени на скорость расширения:

$$R = v \cdot t = 10 \cdot 86400 \cdot 10^4 = 8.64 \cdot 10^9 \text{ км.}$$

Это число в 10 раз превышает радиус самых больших звёзд ($1000R_\odot$), следовательно, сделанное выше предположение вполне оправдано. Так как речь идёт о фотосфере, то светимость нужно оценивать по формуле Стефана-Больцмана:

$$L = 4\pi R^2 \varsigma T^4 = 4\pi (8.64 \cdot 10^9 \cdot 10^5)^2 \cdot 5.67 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{16} \approx 5 \cdot 10^{42} \text{ эрг.}$$

2. В проводившемся в конце XIX и начале XX века международном проекте “Carte du Ciel” предполагалось получить фотографии всего неба с помощью размещенных в разных странах 20 однотипных телескопов-астрографов. При однократной экспозиции на фотопластинке получалось изображение квадратной области неба размером $2^\circ \times 2^\circ$, для исключения возможных ошибок каждая область неба снималась сначала дважды с экспозицией по 6 минут, а потом, на второй стадии проекта — трижды с экспозицией по 20 минут. Оцените минимально необходимое для выполнения проекта число фотопластинок, а также минимально возможную продолжительность выполнения проекта, считая, что в течение одной ночи наблюдать можно в среднем в течение 6 часов, а на наведение телескопа, установку и снятие пластинки и т.п. для одной съемки уходит 2 минуты.

Решение:

Оценим площадь неба. Тот, кто знает, может сразу написать, что площадь неба составляет около 40 тысяч кв. градусов. Кто не знает, может грубо оценить площадь неба как площадь карты звездного неба: 180° по ширине (от полюса, до полюса) и 360° по длине вдоль экватора, т.е. $180^\circ \cdot 360^\circ \approx 65$ тысяч кв. градусов. Но правильнее будет сказать, что площадь сферы составляет 4π стерадиан, и поскольку в стерадиане $(180/\pi)^2$ квадратных градусов, правильный результат легко вычисляется.

Отсюда видно, что в самом лучшем случае небо можно разбить на 10^4 участков, по площади соответствующих области одной съемки (в реальности все полученные нами оценки будет занижены — разбить небо на области без перекрытий не получится). Из условия следует, что каждая область снималась 5 раз, поэтому общее количество пластинок, необходимых для проекта, составляет по крайней мере $5 \cdot 10^4$.

Теперь посчитаем время. На полную съемку одной области расходовалось $2 \cdot 6 + 3 \cdot 20 + 5 \cdot 2 = 82$ минуты. Для съемки всех областей, как следствие, придется потратить $82 \cdot 10^4 \approx 8 \cdot 10^5$ минут. Этим заняты 20 телескопов, поэтому при равномерном распределении работы между ними каждый телескоп будет заниматься съемкой $4 \cdot 10^4$ минут. Одна наблюдательная ночь по условию составляет $6 \cdot 60 = 360$ минут, поэтому понадобится около 10^2 ночей или примерно 0.3 года (при отсутствии плохой погоды и поломок). Заметим, что в реальности затраченное время оказалось намного больше.

3. Звезда S2 движется вокруг чёрной дыры в центре нашей Галактики с периодом 16 лет. В момент наибольшего сближения она оказывается на расстоянии 120 а.е. от чёрной дыры. Оцените её скорость в этот момент, если известно, что масса черной дыры составляет $4.3 \cdot 10^6$ масс Солнца.

Решение:

Очевидно, что в задаче требуется найти скорость звезды S2 в перицентре орбиты. Для этого необходимо знать эксцентриситет орбиты звезды. Эксцентриситет e можно найти из данного в условии расстояния в перицентре r_Π и большой полуоси a, которую можно найти, зная период P, из III закона Кеплера. В единицах [а.е., год и масса Солнца] III закон Кеплера выглядит очень просто:

$$a = \sqrt[3]{P^2 \cdot M} = \sqrt[3]{16^2 \cdot 4.3 \cdot 10^6} \approx 1033 \text{ а.е.}$$

$$e = 1 - \frac{r_\Pi}{a} = 1 - \frac{120}{1033} \approx 0.88$$

Окончательно находим скорость в перицентре:

$$v_\Pi = \sqrt{\frac{GM}{a}\frac{1+e}{1-e}} = v_\oplus \sqrt{\frac{M\,[M_\odot]}{a\,[\text{а.е.}]}\frac{1+e}{1-e}} = 30 \text{ км/с} \sqrt{\frac{4.3 \cdot 10^6}{1033}\frac{1+0.88}{1-0.88}} \approx 7.7 \cdot 10^3 \text{ км/с.}$$

Естественно, тот же ответ получится, если просто подставить в первое равенство нужные единицы в системе СИ или СГС.

4. Во время зимы в северном полушарии Марса снеговая полярная шапка может доходить до широты 55°. Оцените площадь поверхности планеты, которую покрывает снег в это время. Радиус Марса составляет $3.4 \cdot 10^3$ км.

Решение:

Снеговая полярная шапка представляет собой сферический сегмент с углом раствора $\theta = 90° - 55° = 35°$. Площадь поверхности S сферического сегмента радиуса R вычисляется по формуле:

$$S = 2\pi R^2(1 - \cos\theta) = 2 \cdot \pi \cdot 3400^2(1 - \cos 35°) \approx 1.3 \cdot 10^7 \text{ км}^2$$

Если же использованная выше формула неизвестна (и ее не удалось вывести), то можно сделать сравнительно простую оценку. «Отрежем» от Марса полярную шапку и попробуем оценить площадь оставшейся части полушария между экватором и широтой +55°. Длина параллели, ограничивающей эту часть полушария сверху, примерно в два раза меньше длины экватора, поэтому в качестве оценки ее площади можно взять $\frac{3}{4}$ длины экватора и умножить на расстояние между экватором и параллелью (с хорошей точностью равное радиусу планеты — в одном радиане примерно 57°). Тогда искомая площадь составит $\frac{3}{4} \cdot 2\pi R \cdot R$, а площадь полярной шапки равна дополнению этой величины до площади полусферы. Получаем

$$S = 2\pi R^2 - \frac{3}{4} \cdot 2\pi R^2 = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{3.1 \cdot 3.4^2 \cdot 10^6}{2} \approx 1.8 \cdot 10^7 \text{ км}^2.$$

Есть и другие варианты оценивания (подсчет площади как площади боковой поверхности конуса и т.п.), дающиее более-менее точные результаты.

5. Видимый поперечник звездного скопления составляет $13'$, видимая звездная величина 9^m, диаметр скопления равен 6 пк. Считая, что в скоплении содержится 10^3 звезд, похожих на Солнце, оцените поглощение света в звездных величинах на 1 кпк в направлении на скопление.

Решение:

Как известно, в одном радиане содержится около $2 \cdot 10^5$ секунд, а $13' \approx 800''$. Поэтому угловой диаметр скопления составляет $4 \cdot 10^{-3}$ радиана, и это означает, что расстояние до него $r = 6/(4 \cdot 10^{-3}) = 1.5 \cdot 10^3$ пк.

Абсолютная звездная величина Солнца составляет $+5^m$, поэтому 10^3 таких звезд на расстоянии 10 пк выглядели бы как объект $M = -2^m.5$ звездной величины, и это абсолютная звездная величина скопления. Тогда его видимая величина

$$m = M + 5 \lg r - 5 = -2.5 + 5 \lg(1.5 \cdot 10^3) - 5 = 8^m.4.$$

Наблюдается же 9^m, и это означает, что около $0^m.6$ приходится на поглощение. Поскольку расстояние составляет 1.5 кпк, то на 1 кпк приходится $0^m.4$.