



Районный этап
Всероссийской олимпиады
по астрономии
Санкт-Петербург

2020
27
ноября

10 класс

1. Цефеиды — это пульсирующие переменные звезды, период которых однозначно связан с их светимостью (максимальной или средней за период). Цефеиды II типа слабее классических цефеид того же периода пульсации на 1.6 звёздной величины. Астроном при определении расстояния до цефеиды II типа по ошибке воспользовался соотношением «период–светимость» для классических цефеид. Завысил или занизил он при этом расстояние до цефеиды и во сколько раз?

Решение:

Абсолютная звёздная величина цефеиды II типа на 1.6 больше абсолютной звёздной величины классической цефеиды с тем же периодом. Сравним расстояния, на которых цефеида II типа и классическая цефеида будут иметь одинаковую видимую звездную величину. Абсолютная и видимая величины связаны с расстоянием соотношением

$$m = M - 5 + 5 \lg r [\text{пк}],$$

следовательно для двух объектов равенство видимых звездных величин даст уравнение

$$M_{\text{кл. ц.}} - 5 + 5 \lg r_{\text{кл. ц.}} = M_{\text{ц. II}} - 5 + 5 \lg r_{\text{ц. II}} \implies 5 \lg r_{\text{кл. ц.}} - 5 \lg r_{\text{ц. II}} = M_{\text{ц. II}} - M_{\text{кл. ц.}},$$
$$5 \lg \frac{r_{\text{кл. ц.}}}{r_{\text{ц. II}}} = M_{\text{ц. II}} - M_{\text{кл. ц.}} \implies \frac{r_{\text{кл. ц.}}}{r_{\text{ц. II}}} = 10^{0.2(M_{\text{ц. II}} - M_{\text{кл. ц.}})} = 10^{0.2 \cdot 1.6} = 10^{0.32} \approx 2.1.$$

Таким образом, расстояние оказывается завышенным более чем в два раза.

2. Самая быстро вращающаяся вокруг своей оси нормальная звезда, известная астрономам, имеет массу 25 масс Солнца и скорость вращения на экваторе $2 \cdot 10^6$ км/час. Оцените экваториальный радиус этой звезды. Масса Солнца равна $2 \cdot 10^{30}$ кг.

Решение:

Скорость вращения звезды не может быть больше круговой на радиусе звезды, в противном случае звезду просто разорвет. Отсюда сразу же получается оценка радиуса:

$$R = \frac{GM}{v^2} = \frac{6.7 \cdot 10^{-11} \cdot 25 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(2 \cdot 10^6 \cdot 10^3 / 3600)^2} \approx 10^{10} \text{ м.}$$

Это оценка радиуса снизу, однако, поскольку это самая быстро вращающаяся вокруг своей оси звезда, ситуация близка к экстремальной, а и предельная оценка не слишком сильно отличается от реальной.

3. Метеорный поток Леониды имеет чётко выраженный период активности, равный 33 годам. Чему равна большая полуось орбиты кометы, его породившей?

Решение:

Метеорные потоки образуются в результате распада ядра кометы. Образовавшиеся частицы продолжают двигаться по той же орбите, причем повышенная концентрация частиц наблюдается там, где ранее находилось ядро кометы. Следовательно, нам надо по известному периоду найти большую полуось орбиты.

Для этого можно воспользоваться III законом Кеплера в его простейшем виде, $P^2 = a^3$, откуда $a = 33^{2/2} \approx 10$ а.е. (в реальности 10.34 а.е., это комета Темпеля-Туттля).

4. Фридрих Бессель предложил отмечать некое событие тогда, когда прямое восхождение Солнца оказывается равным в точности 18^h40^m . Определите примерную дату события. Что именно предполагалось таким образом отмечать?

Решение:

В процессе годового движения Солнца по эклиптике его прямое восхождение принимает следующие значения: 0^h00^m в точке весеннего равноденствия, 6^h00^m в точке летнего солнцестояния, 12^h00^m в точке осеннего равноденствия, 18^h00^m в точке зимнего солнцестояния. У нашего события прямое восхождение равно 18^h40^m , следовательно, нас интересует точка зимнего солнцестояния. Оценим, считая, что прямое восхождение Солнца менялось линейно в указанный период. Скорость изменения его прямого восхождения: $\frac{24^h}{365} = \frac{(24 \cdot 60)^m}{365} \sim 4^m/\text{день}$. Таким образом, между нашим событием и зимним солнцестоянием (происходит приблизительно 21 декабря) прошло 10 дней. Получается, интересующее нас событие произойдёт с 31 декабря на 1 января, и это Новый год.

5. Астероид Халва обращается вокруг Солнца по орбите с большой полуосью 2.5 а.е. и эксцентриситетом 0.23. На какое минимальное расстояние этот астероид приближается к Земле? С какой скоростью относительно Земли он при этом движется? Наклон орбиты астероида к плоскости эклиптики и эксцентриситет орбиты Земли считайте равными нулю.

Решение:

Определим перигелийное расстояние астероида:

$$r_{\pi} = a(1 - e) = 2.5 \cdot (1 - 0.23) \approx 1.93 \text{ а.е.}$$

Это минимальное расстояние между Солнцем и астероидом. Если при этом Земля находится строго на одной прямой между Солнцем и астероидом (то есть при наблюдении с Земли астероид находится в противостоянии с Солнцем), то расстояние между Землей и астероидом будет равно $r_{\pi} - a_{\oplus} = 1.93 - 1 = 0.93$ а.е.

Поскольку наклонение орбиты астероида к эклиптике нулевое, то всё движение происходит в одной плоскости. На круговой орбите вектор скорости перпендикулярен радиус-вектору объекта на орбите. На эллиптической орбите такое свойство проявляется в точках апоцентра и перигея. Значит, в случае противостояния векторы скорости Земли и астероида сонаправлены. Следовательно, относительная скорость по модулю будет равна разности скоростей Земли и астероида.

Скорость движения Земли на орбите можно вычислить как первую космическую скорость на расстоянии 1 а.е. от Солнца или же из равенства гравитационного и центростремительного ускорений:

$$G \cdot \frac{M_{\odot}}{a_{\oplus}^2} = \frac{v_{\oplus}^2}{a_{\oplus}} \implies v_{\oplus} = \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{a_{\oplus}}} \approx 29.8 \text{ км/с.}$$

Скорость движения астероида мы можем найти, например, из интеграла энергии:

$$v^2 = GM_{\odot} \left(\frac{2}{r_{\pi}} - \frac{1}{a} \right) = GM_{\odot} \left(\frac{2}{a(1-e)} - \frac{1}{a} \right) = \frac{GM_{\odot}}{a} \cdot \frac{1+e}{1-e}.$$

Скорость оказывается равной 24 км/с. Если округлить скорость движения Земли по орбите до 30 км/с, то относительная скорость астероида может быть либо $30 - 24 = 6$ км/с, если астероид вращается вокруг Солнца в том же направлении, что и Земля, либо $30 + 24 = 54$ км/с если он вращается в противоположном направлении. Отметим, что первый случай более вероятен, так как в целом тела Солнечной системы вращаются в одном направлении.