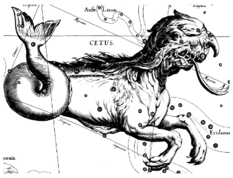


Районный этап Всероссийской олимпиады по астрономии Санкт-Петербург

2016

28 ноября

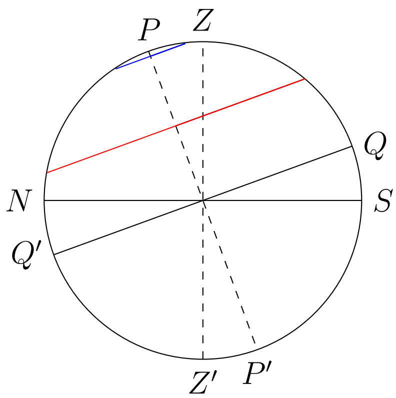
11 класс

1. Высота верхней кульминации первой звезды больше высоты нижней кульминации второй звезды на 10° при наблюдении на широте $+70^\circ$. Определите разность склонений звезд.

Решение:

Начнем с выяснения того, как высоты звезд в верхней и нижней кульминации связаны с их склонением δ и широтой места наблюдения φ. В принципе, соответствующие формулы могут быть известны и использоваться как готовые, однако обычно их проще не запоминать, а выводить заново.

Построим чертеж проекции небесной сферы на плоскость небесного меридиана.



Тут NS — горизонт, QQ' — экватор, ZZ' — отвесная линия, PP' — ось мира. Красным и синим обозначены суточные параллели звезд, у которых верхняя кульминация происходит к югу от зенита (соответствующую высоту обозначим $h_{\text{ВКЮ}}$)и к северу от зенита ($h_{\text{ВКС}}$) соответственно (этим двум случаям отвечают чуть различающиеся выражения для вычисления высот кульминаций, поэтому рассмотрим оба варианта). Высоту в нижней кульминации обозначим $h_{\text{НК}}$. Дуга NP — это широта места наблюдения.

Из рисунка видно, что склонение $\delta = 90^\circ - \varphi + h_{\text{НК}}$, откуда $h_{\text{НК}} = \delta + \varphi - 90^\circ$. Для кульминирующей к югу от зенита звезды $h_{\text{ВКЮ}} = 90^\circ - \varphi + \delta$, для кульминирующей к северу $h_{\text{ВКС}} = \varphi + 90^\circ - \delta$.

Теперь можно приступить к основной части решения, учитывая, что $\varphi = 70^\circ$.

Пусть первая звезда кульминирует к югу от зенита. Тогда

$$90^\circ - \varphi + \delta_1 = \delta_2 + \varphi - 90^\circ + 10^\circ,$$

откуда $\delta_2 - \delta_1 = 30^\circ$.

Если же первая звезда кульминирует к северу от зенита, то

$$\varphi + 90^\circ - \delta_1 = \delta_2 + \varphi - 90^\circ + 10^\circ,$$

откуда $\delta_1 + \delta_2 = 170^\circ$. Очевидно, информация о разности склонений непосредственно отсюда не следует, однако, поскольку склонения звезд по определению $\delta \in [-90^\circ, +90^\circ]$, то можно заключить, что разность склонений заключена в пределах от -10° до 10°.

В.В.Григорьев, П.А.Тараканов

2. Транснептуновый объект (174567) Варда имеет спутник Ильмарэ. Оцените массы данных объектов в предположении одинаковой плотности, если известно, что Ильмарэ совершает оборот вокруг Варды за 5 суток, большая полуось орбиты составляет $4.2 \cdot 10^3$ км. Диаметр Варды оценивается в 690 км, радиус Ильмарэ составляет примерно 51% радиуса Варды.

Решение:

По третьему закону Кеплера $\dfrac{P^2}{a^3} = \dfrac{4\pi^2}{G(M_1 + M_2)}$, где P — период обращения, a — большая полуось, M_1 и M_2 — массы компонентов двойной системы. Тогда (вычисляя все в единицах СИ)

$$M_1 + M_2 = \frac{4\pi^2 a^3}{GP^2} = \frac{4\pi^2 (4.2 \cdot 10^6)^3}{7 \cdot 10^{-11} \cdot (5 \cdot 8.6 \cdot 10^4)^2} \approx 2 \cdot 10^{20} \text{ кг}.$$

Пусть M_1 — масса Варды, M_2 — масса Ильмарэ. Поскольку плотность мы принимаем одинаковой у обоих объектов, то масса будет пропорциональна кубу радиуса объекта:

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{R_2^3}{R_1^3}, \quad \frac{R_2^3}{R_1^3} = \left(\frac{0.51 R_1}{R_1}\right)^3 \approx \frac{1}{8}.$$

Тогда $M_1 + M_2 = \frac{9}{8} M_1 = 2 \cdot 10^{20}$ кг, откуда $M_1 = 2 \cdot 10^{20}$ кг, $M_2 = 3 \cdot 10^{19}$ кг.

А.В.Веселова

3. Оцените, во сколько раз могут отличаться наблюдаемые ширины линий в спектрах двух звезд: красного гиганта и голубого гиганта?

Решение:

Основная причина уширения линий в спектрах — тепловое движение атомов в атмосферах звезд и эффект Допплера, смещающий длину волны для атома, движущегося к наблюдателю или от него. Поскольку характерные скорости движения атомов $v = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$, а допплеровское смещение $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$, то для одной и той же длины волны получаем, что $\Delta\lambda \propto \sqrt{T}$, причем $\Delta\lambda$ — это половина ширины линии.

Осталось вспомнить характерные температуры атмосфер красных и голубых звезд. Приняв в качестве оценки 3 тыс. K и 50 тыс. K, получаем, что температуры отличаются примерно в 16 раз, следовательно, ширины линий различаются примерно в 4 раза.

В.В. Григорьев

4. Газовое облако HVC 040+01–282, расположенное на расстоянии 20 кпк от Солнца, имеет массу $5.8 \cdot 10^3$ масс Солнца и видимый угловой диаметр $52'$. Предположив, что облако полностью состоит из нейтрального водорода, оцените концентрацию атомов в нем.

Решение:

Вспомним, что с расстояния в 1 пк 1 астрономическая единица видна под углом в $1''$ (по определению парсека). Следовательно, с расстояния 20 кпк под тем же углом видны $2 \cdot 10^4$ а.е., что с хорошей точностью равно 0.1 пк. Следовательно, линейные размеры облака около $0.1 \cdot 52 \cdot 60 = 3 \cdot 10^2$ пк. Для оценки его объема его вполне можно считать кубическим (скорее всего, оно больше похоже на шар, но точной информации о форме у нас нет, так что проще в качестве формы выбрать ту, для которой удобнее считать объем), так что объем облака составляет $3 \cdot 10^7$ пк^3.

Осталось получить соотношение масс Солнца и атома водорода $M_\odot/m$. Если масса Солнца ($2 \cdot 10^{33}$ г) неизвестна, ее можно вычислить, вспомнив, что вокруг этой массы на расстоянии 1 а.е. по круговой орбите с периодом 1 год вращается Земля. Массу атома водорода (опять-таки если она неизвестна) можно вычислить, сообразив, что один моль атомарного водорода должен иметь массу примерно 1 грамм, т.е. масса атома водорода в граммах — это величина, обратная числу Авогадро и, как следствие, равная примерно $2 \cdot 10^{-24}$ г. Отсюда $M_\odot/m \approx 10^{57}$ и, следовательно, всего в облаке $6 \cdot 10^{60}$ атомов.

Первое желание — разделить число атомов на объем и сказать, что концентрация равна $2 \cdot 10^{53}$ пк$^{-3}$. Оно совершенно правильное, поскольку требуемые в ответе единицы измерения в условии не оговаривались. Однако если ответ хочется получить в чем-то более удобном, нужно перевести кубические парсеки во что-то другое (например, кубические сантиметры). Поскольку 1 пк $= 3 \cdot 10^{18}$ см, то 1 пк$^3 = 3 \cdot 10^{55}$ см^3, и концентрация оказывается порядка 10^{-2} см$^{-3}$.

А.В.Веселова, П.А.Тараканов

5. Плутон движется по орбите с большой полуосью 40 а.е. и эксцентриситетом 0.25. Его средний радиус равен 1.2 тыс. км, а геометрическое альбедо 0.6. Оцените диаметр объектива такого телескопа, в который Плутон мог бы хотя бы когда-нибудь наблюдать человек с нормальным зрением.

Решение:

Для того, чтобы наблюдать Плутон, достаточно увидеть его как точечный объект, разрешать диск уже не требуется. Поэтому нам требуется оценить диаметр такого телескопа, при наблюдении глазом в который обеспечивалась бы проницающая способность, близкая к максимуму блеска Плутона.

Сразу же можно заметить, что наилучшими условия для наблюдения Плутона будут тогда, когда он будет находиться в районе перигелия орбиты. Соответствующее расстояние $r = a(1-e) = 30$ а.е. (где a — большая полуось орбиты, а e — эксцентриситет). Информация о наклоне орбиты Плутона не приводится, да она и не нужна, поскольку наблюдать мы его собираемся с Земли, которая намного ближе к Солнцу, чем Плутон.

Далее мы берем светимость Солнца L и вычисляем освещенность, создаваемую Солнцем на Плутоне $E' = \frac{L}{4\pi r^2}$. Если радиус Плутона R, то в единицу времени на него попадает энергия $E'\,\pi\,R^2$, а рассеивает он $\alpha E'\,\pi\,R^2$, где α — его геометрическое альбедо. В итоге на Земле Плутон создает освещенность

$$E = \frac{\alpha E'\,\pi\,R^2}{4\pi r^2}$$

(разницей между расстоянием от Солнца до Плутона и расстоянием от Плутона до Земли мы пренебрежем).

Собирая все выкладки воедино, получаем

$$E = \frac{\alpha\,L\,\pi\,R^2}{(4\pi r^2)^2} = \frac{\alpha\,L\,R^2}{16\pi r^4}.$$

Далее нам надо каким-либо образом привязать полученный результат к проницающей способности. Это всего сделать, оценив видимую звездную величину Плутона. Заметим, что $E_0 = \frac{L}{4\pi a^2}$ — это освещенность, создаваемая Солнцем на Земле (если a — радиус орбиты Земли), а $\beta^2 = R^2/r^2$ — квадрат углового радиуса Плутона в радианах. Тогда

$$E = \alpha\,E_0\,\left(\frac{a}{r}\right)^2\,\beta^2\,\frac{1}{4},$$

и, что приятно, из пяти сомножителей только один — размерный.

Как мы уже знаем, $r = 30$ а.е. Поскольку 1 а.е. — это $1.5 \cdot 10^8$ км, то $r = 4.5 \cdot 10^9$ км. Отсюда $\beta^2 = 7 \cdot 10^{-14}$. Кроме этого, $a/r = 1/30$. Подставляя остальные множители, получаем, что

$$\frac{E}{E_0} \approx 10^{-17}.$$

Известно, что каждый один порядок разницы освещенностей соответствует разнице на $2^m.5$ и, поскольку видимая величина Солнца близка к -26.5^m, Плутон по нашей довольно грубой оценке оказывается объектом с $+16^m$. Поскольку предельная проницающая способность невооруженного глаза $+6^m$, площадь объектива должна быть примерно в 10^4 раз больше площади зрачка, диаметр объектива должен быть в 10^2 раз больше диаметра зрачка глаза, т.е. около 0.5 м. Более аккуратные вычисления должны дать несколько меньший результат.

П.А.Тараканов