XXX Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада

теоретический тур, решения

2023

12 февраля

11 класс

1. Оцените минимально необходимое время, за которое при проведении наземных наблюдений с использованием радиоинтерферометра со сверхдлинной базой можно будет обнаружить аберрацию, связанную с движением Солнечной системы вокруг центра Галактики.

Решение:

В простейшей теории аберрации, полученной еще в XVIII веке Джеймсом Брэдли (Брадлеем), аберрационный угол σ зависит от скорости наблюдателя V и угла между направлением движения наблюдателя и направлением на объект θ как

$$\sigma = \frac{V}{c}\sin\theta.$$

Тут σ выражен в радианах, c — скорость света.

Поскольку нас интересует максимально возможный эффект, то можно считать, что наблюдаем мы объекты у полюсов Галактики, соответственно, $\sin\theta \approx 1$. Скорость движения Солнца вокруг центра Галактики около $2 \cdot 10^2$ км/с, отсюда можно легко вычислить аберрационный угол. Можно упростить себе вычисления, вспомнив, что годичная аберрация (связанная с движением Земли вокруг Солнца с орбитальной скоростью около 30 км/с) — это около $20''$, а в данном случае скорость в 7 раз больше, следовательно, и аберрационный угол должен оказаться в то же число раз больше. Так или иначе получаем, что $\sigma \approx 2'.5$.

Казалось бы, для обнаружения эффекта нужно просто один раз пронаблюдать какой-нибудь внегалактический радиоисточник — угол большой, требуемое разрешение на сантиметровых длинах волн обеспечит даже не интерферометр, а один крупный радиотелескоп. Однако сложность в том, что на такой угол переместятся все радиоисточники, и понять, наблюдаем мы аберрацию или нет, мы не сможем.

Поэтому ситуация несколько сложнее — нам требуется обнаружить не однократное смещение объектов на небе, а изменение этого смещения, которое существенно меньше. Тут надо задуматься, какое угловое разрешение нам в принципе доступно. Соответствующую оценку можно и получить, воспользовавшись стандартной формулой $\beta \approx \lambda/D$ и предположив, что $\lambda \approx 1$ см (с массовыми и длительными наблюдениями на меньших длинах волн возникнут сложности), а D — максимальный доступный нам размер интерферометра, находящегося на Земле (тогда это величина порядка 10 тысяч км — примерно диаметр Земли, в реальности немного меньше из-за того, что не в любой точке земного шара можно поставить радиотелескоп). Тогда

$$\beta = \frac{\lambda}{D} = \frac{1}{10^9} = (2\ \cdot 10^{-4})''.$$

За время одного оборота Солнца вокруг центра Галактики (а это около $2 \cdot 10^8$ лет) радиоисточники в районе полюса Галактики опишут на небе окружность с уже известным нам радиусом $2'.5$. Наша задача — определить время, за которое источники сдвинутся на $0''.0002$. Оно легко вычисляется:

$$\frac{0''.0002}{2\pi\cdot 2'.5}\cdot 2\ \cdot 10^8=\frac{0''.0002}{6\cdot 150''}\cdot 2\ \cdot 10^8=\frac{4\cdot 10^8}{9\cdot 10^6}\approx 4\ \cdot 10^1\text{ лет.}$$

Можно отметить, что оценка получилась правильной. В реальности соответствующий эффект сравнительно недавно удалось выделить по данным как раз примерно 40-летних наблюдений.

Комментарии:

3 балла выставлялись за правильный подсчет величины аберрации (при отсутствии серьезных недостатков дальнейшего).

Типовая ошибка: предположение, что за время наблюдений радиус-вектор положения Солнца относительно центра Галактики должен повернуться на угол, соответствующий предельному разрешению интерферометра. Это (при отсутствии других ошибок) приводило к существенно заниженному ответу и оценивалось примерно 5 баллами.

Также, увы, типовой случай, когда общая идея решения понята правильно, но при этом вычисления никуда не годятся — 4 балла.

Решения, в которых использовалась длина волны от 1 мм до 1 см, засчитывались как правильные (может быть, 1 мм в совокупности с другими огрехами приводил к снятию 1 балла). Практически такие наблюдения в миллиметровом диапазоне являются большой технической проблемой (и фактически первый проект такого рода — EHT, реализованный в последние годы), но это достаточно нетривиальный факт, незнание которого прощалось.

Но вот выбор в качестве длины волны 1 м (а то и 10 м) — это уже ошибка, приводившая к снятию баллов. Требовалось оценить минимально необходимое время, а не время, получающееся при выборе заведомо неразумных условий наблюдения.

К очень сильным потерям баллов (зачастую до нуля) приводили попытки считать, что радиоинтерферометр наблюдает на длинах волн, соответствующих оптическому диапазону, предполагать, что угловое разрешение в любом случае не будет лучше $1''$ «из-за земной атмосферы» и т.п. Чуть меньше баллов потеряли те, кто не прочитал в условии задачи слово «наземных» и предполагал, что база интерферометра больше диаметра Земли.

П.А. Тараканов

2. Звезда с видимой звездной величиной 4^m находится на расстоянии 100 пк от Солнца. Температура звезды по оценкам составляет $15\cdot 10^3$ K, масса равна 5 массам Солнца, болометрическая поправка для звезды равна $-1^m.5$. Известно, что скорость вращения звезды на экваторе составляет $2.0\cdot 10^2$ км/с. Оцените разность между экваториальным и полярным радиусами звезды.

Решение:

Определим радиус звезды. Для этого сначала определим светимость, а затем воспользуемся законом Стефана–Больцмана. Абсолютную звездную величину оценим по известной видимой звездной величине и расстоянию:

$$M=m+5-5\lg r=4\ +5-5\lg 100=-1.$$

Светимость определим, сопоставив параметры звезды и Солнца по формуле Погсона:

$$L=L_\odot\cdot 10^{0.4(M_\odot-M-\mathrm{BC})}=L_\odot\cdot 10^{0.4(5+1+1.5)}=10^3L_\odot.$$

По закону Стефана-Больцмана светимость связана с радиусом звезды и ее температурой как

$$L=4\pi R^2\sigma T^4.$$

Записав это соотношение для Солнца и звезды, получим оценку радиуса в радиусах Солнца:

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2 \cdot \left(\frac{T}{T_\odot}\right)^4,$$

откуда

$$\frac{R}{R_\odot} = \sqrt{\frac{L}{L_\odot}} \cdot \left(\frac{T_\odot}{T}\right)^2 = 10^{3/2} \cdot \left(\frac{6}{15}\right)^2 \approx 30 \cdot \frac{4}{25} \approx 5.$$

Отсюда радиус звезды будет равен $5R_\odot$.

Поверхность звезды должна быть эквипотенциальной, то есть являться поверхностью с одинаковым потенциалом во всех точках. Тогда в первом приближении равенство потенциалов на полюсе и на экваторе с учетом как гравитационного, так и центробежного потенциалов будет иметь вид

$$-\frac{GM}{R} = -\frac{GM}{R+\Delta R} - \frac{v^2}{2}.$$

Преобразуем это равенство к виду

$$\frac{GM}{R}\left(1 - \frac{1}{1+\Delta R/R}\right) = \frac{v^2}{2}$$

и, учитывая, что сжатие не должно быть очень большим (то есть $\Delta R \ll R$), приблизим скобку в левой части как

$$1 - \frac{1}{1+\Delta R/R} \approx 1 \ - 1 \ + \Delta R/R = \frac{\Delta R}{R}.$$

Отсюда (подставляя параметры в СИ)

$$\Delta R = \frac{R^2 v^2}{2GM} = \frac{(5 \cdot 7 \ \cdot 10^8)^2 \cdot (2 \ \cdot 10^5)^2}{2 \cdot 7 \ \cdot 10^{-11} \cdot 5 \ \cdot 2 \ \cdot 10^{30}} = 3.5 \cdot 10^8 \text{ м}.$$

Это соответствует сжатию 10%, сжатие реальной звезды с близкими параметрами составляет около 7%.

Комментарии:

Абсолютная звездная величина — 1 балл.

Светимость — 2 балла.

Радиус — 2 балла.

Эквипотенциальная поверхность и расчеты — 3 балла.

Самая распространенная ошибка была в том, что участники приравнивали силы на полюсе и экваторе, а не потенциал. Кто-то находил радиус заезды через соотношение для главной последовательности, кто то через 1-ю космическую скорость на экваторе (шаблон для подобного рода задач).

А.В.Веселова

3. Находящиеся рядом с поверхностью нейтронной звезды электроны, двигаясь в магнитном поле, поглощают тепловое излучение звезды на циклотронной частоте, в результате чего в рентгеновском диапазоне в наблюдаемом спектре звезды появляется линия поглощения, соответствующая энергии фотонов $8 \cdot 10^2$ эВ. Определите индукцию магнитного поля нейтронной звезды, если известно, что ее масса равна $1.4\ \mathfrak{M}_\odot$, а радиус равен 10 км.

Решение:

Циклотронная частота — это частота обращения заряженной частицы по окружности (или спирали) в магнитном поле. Вычислим ее, считая, что частица — электрон с зарядом e, движется она по окружности, перпендикулярной магнитным силовым линиям, со скоростью v, магнитное поле имеет индукцию B.

Сила Лоренца в таком простейшем случае $F = e\,v\,B$, она создает центростремительное ускорение

$$w = \frac{e\,v\,B}{m} = \frac{v^2}{r},$$

где m — масса электрона, а r — радиус окружности, по которой он движется. Отсюда находим радиус

$$r = \frac{mv}{eB}.$$

Тогда искомая частота, обратная периоду движения по окружности, вычисляется как

$$\nu = \frac{v}{2\pi r} = \frac{eB}{2\pi m}.$$

Поскольку энергия фотонов $\varepsilon = h\nu$, где h — постоянная Планка, по имеющимся данным можно найти индукцию B:

$$B = \frac{2\pi m\varepsilon}{he}.$$

Однако есть один подвох. Нейтронная звезда — объект массивный и компактный, то, что линия поглощения наблюдалась с некоторым значением энергии, не означает, что непосредственно рядом с нейтронной звездой энергия была такой же: при выходе из гравитационной потенциальной ямы фотоны испытывают гравитационное красное смещение. Гравитационное красное смещение, оно же относительное изменение частоты (оно же относительное изменение энергии фотона) можно вычислить, воспользовавшись формулой

$$z = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{GM}{c^2R}.$$

Вычисления станут проще, если учесть, что $z = \frac{R_g}{2R}$ и вспомнить относительно известный факт: гравитационный радиус R_g для одной массы Солнца составляет примерно 3 км. Тогда

$$z = \frac{1.4\cdot 3}{2\cdot 10} \approx 0.2,$$

впрочем, тот же результат получится и при прямой подстановке параметров в формулу для гравитационного красного смещения.

Это означает, что наблюдаемая энергия циклотронной линии уменьшилась на 20% по сравнению с исходной, а исходная равнялась $\varepsilon = 10\cdot 10^2 = 10^3$ эВ. Теперь можно вычислить итоговый ответ, подставляя в него данные в СИ:

$$B = \frac{2\pi m\varepsilon}{he} = \frac{2\cdot 3\ \cdot 9\ \cdot 10^{-31}\cdot 10^3\cdot 1.6\cdot 10^{-19}}{7\cdot 10^{-34}\cdot 1.6\cdot 10^{-19}} \approx 8\ \cdot 10^6\ \text{Тл}.$$

Полезно отметить, что заряд электрона и константа, возникающая при переводе электрон-вольт в джоули, удачно сокращаются (поскольку численно равны друг другу).

Комментарии:

Перед решением задачи было полезно вспомнить характерную величину магнитного поля Земли или Солнца — порядка 10^{-4} Тл — и учесть, что магнитное поле нейтронных звезд существенно сильнее. Поэтому получение ответа вроде 10^{-12} Тл, даже если в процессе появлялись какие-то разумные соображения, в подавляющем большинстве случаев снижало оценку до 0.

При решении задачи не стоило на каждом шаге вычислять промежуточные значения (разве что делать прикидки для себя). Почти всегда это приводило к лишним умножениям и делениям на заряд электрона и постоянную Планка, и крайне мало кто из занявшихся этими упражнениями в арифметике смог проделать их без ошибок.

Попытки записать уравнение движения электрона под действием одновременно силы Лоренца и силы гравитации, как правило, приводили к ситуации «предпринята попытка решения, не давшая результата» (и примерно 2 баллам в случае, если получившееся имело физический смысл). В некоторых случаях, с помощью ошибок в промежуточных выкладках, из такого решения удавалось «вытащить» величину магнитной индукции, после чего результат, как правило, обнулялся из-за заведомого несоответствия полученного значения здравому смыслу,

Не менее часто, увы, встречались решения типа «сила Лоренца равна силе гравитационного притяжения к звезде» (без каких-либо обоснований подобного предположения), и они оценивались 0 баллов.

Полное и численно правильное решение задачи без учета гравитационного красного смещения оценивалось 5–6 баллами (в зависимости от внятности описания хода решения).

Результаты в генри, веберах и т.п., если и в реальности вычислялась соответственно индуктивность или магнитный поток, как правило, давали в итоге 0. Если же путаница сводилась только к названию единиц измерения, то это приводило к дополнительной потере 1-2 баллов.

Очень хотелось снять балл-другой за избыточную точность в остальных отношениях правильном решении, но когда выяснилось, что это одна из двух работ, в которых задача решена, было решено этого не делать. Однако же пользоваться экспоненциальной формой записи чисел все же стоит.

П.А. Тараканов

4. С целью изучения процесса сгорания комет во внешних слоях атмосферы Солнца на одну и ту же гелиоцентрическую орбиту было запущено 20 космических аппаратов (КА). Орбита лежит в плоскости эклиптики, ее большая полуось равна 0.25 а.е., эксцентриситет равен 0.6, КА располагаются на орбите примерно равномерно. В некоторый момент времени оказалось, что угловые расстояния между исследуемой кометой и некоторой опорной звездой при наблюдении со всех КА оказались одинаковыми и равными 33°. Определите эклиптическую широту опорной звезды, а также расстояние от Солнца до исследуемой кометы в описываемый момент времени.

Решение:

Найдем расстояния в перигелии и афелии орбиты:

$$\begin{cases} r_\pi = a(1-e) = 0.1 \text{ а.е.} \\ r_\alpha = a(1+e) = 0.4 \text{ а.е.} \end{cases}$$

где r_π, r_α — расстояния в перигелии и афелии соответственно, a — большая полуось орбиты, e — эксцентриситет.

Утверждение о равенстве угловых расстояний эквивалентно следующему утверждению: при наблюдении с кометы, угловые расстояния между спутниками и противоположным направлением на опорную звезду оказались одинаковыми и равными по величине 33°. То есть при наблюдении с кометы орбита спутников является окружностью, а это значит, что комета находится в вершине конуса с углом раствора $2 \cdot 33°$, сечением которого является эллипс (орбита спутников).

Изобразим сечение конуса. На рисунке: C — комета, AP — проекция орбиты, F_1, F_2 — фокусы эллипса, ω — проекция шара Данделена (иными словами, вписанная окружность в треугольник APC), F, G — точки касания ω и конуса, D — проекция директрисы,O — центр ω, X — точка пересечения AP и CO, Y — точка пересечения FG и CO, $\gamma = 33°$ —

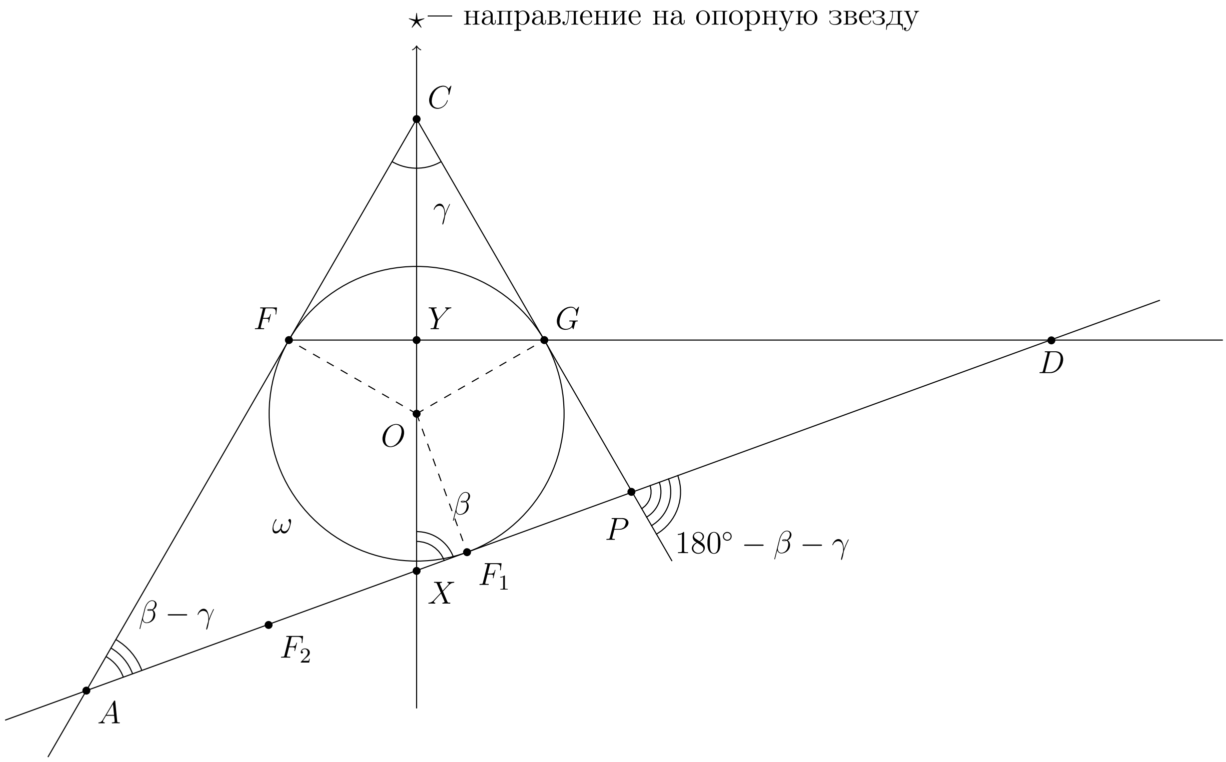

Рис. 1: К задаче № 4.

угловое расстояние, данное в условии, $\beta = \angle CXP$ — так как в условии сказано, что плоскость орбиты лежит в плоскости эклиптики, значит β — эклиптическая широта опорной звезды.

Стоит заметить, что Солнце может находиться как в F_1, так и в F_2, поскольку из условия эквивалентности нам лишь нужно, чтобы орбита была видна с кометы как окружность, и совершенно неважно, в каком фокусе находится Солнце. Нетрудно видеть, что от этого меняется ответ только для расстояния от Солнца до кометы.

Рассмотрим прямоугольный треугольник XYD:

$$\angle XDY = 90^\circ - \angle YXD = 90^\circ - \beta.$$

Рассмотрим прямоугольный треугольник CYG:

$$\angle CGY = 90^\circ - \angle YCG = 90^\circ - \gamma.$$

Рассмотрим треугольник PGD. Запишем равенство вертикальных углов:

$$\angle PGD = \angle CGY = 90^\circ - \gamma.$$

Чтобы найти значение стороны DP запишем:

$$DP = DF_1 - PF_1 = \frac{p}{e} - r_\pi = \frac{a(1-e^2)}{e} - a(1-e) = \frac{a(1-e)}{e} = \frac{r_\pi}{e}.$$

Равенство касательных из точки P к окружности ω:

$$PG = PF_1 = r_\pi.$$

Запишем теорему синусов:

$$\frac{\sin\angle PGD}{DP} = \frac{\sin\angle GDP}{PG},$$

откуда

$$\frac{\sin(90^\circ - \gamma)}{\frac{r_\pi}{e}} = \frac{\sin(90^\circ - \beta)}{r_\pi}$$

и

$$e \cos \gamma = \cos \beta.$$

Подставляем числа:

$$\cos \beta = 0.6 \cos 33^\circ \approx 0.5 \Rightarrow \beta \approx \pm 60^\circ.$$

Заметим, что нам сказано лишь о том, что орбита лежит в плоскости эклиптики. Таким образом, её наклон может равняться или 0°, или 180°. То есть ответом для эклиптической широты будет $\beta \approx +60^\circ$ — при нулевом наклоне, $\beta \approx -60^\circ$ — при наклоне орбиты 180°.

Предположим, что Солнце находится в F_1. Тогда расстояние от кометы до Солнца (CF_1) находится следующим образом. Рассмотрим треугольник ACX:

$$\angle CAX = \angle CXP - \angle ACX = \beta - \gamma.$$

Запишем теорему синусов для треугольника ACP:

$$\frac{\sin \angle CAX}{CP} = \frac{\sin \angle ACP}{AP},$$

откуда

$$\frac{\sin(\beta - \gamma)}{CP} = \frac{\sin 2\ \gamma}{2a}$$

и

$$CP = 2\ a \frac{\sin(\beta - \gamma)}{\sin 2\ \gamma}.$$

Подставим числа:

$$CP = 2\ \cdot 0.25 \cdot \frac{\sin(60^\circ - 33^\circ)}{\sin(2\ \cdot 33^\circ)} \approx 0.25 \text{ а.е.}$$

Запишем теорему косинусов:

$$CF_1^2 = PF_1^2 + CP^2 - 2\ PF_1 \cdot CP \cdot \cos \angle APC,$$

$$CF_1^2 = r_\pi^2 + CP^2 + 2\ r_\pi \cdot CP \cdot \cos(\beta + \gamma),$$

$$CF_1 = \sqrt{0.1^2 + 0.25^2 + 2\ \cdot 0.1 \cdot 0.25 \cdot \cos(60^\circ + 33^\circ)},$$

$$CF_1 \approx \sqrt{0.1^2 + 0.25^2 + 2\ \cdot 0.1 \cdot 0.25 \cdot \cos(90^\circ)},$$

$$CF_1 \approx \sqrt{0.1^2 + 0.25^2}.$$

Таким образом, искомое расстояние $CF_1 \approx 0.27$ а.е.

Аналогичным образом, предполагая, что Солнце находится в F_2, найдем расстояние от кометы до Солнца (CF_2).

Запишем теорему синусов для треугольника ACP:

$$\frac{\sin \angle APC}{CA} = \frac{\sin \angle ACP}{AP},$$

откуда

$$\frac{\sin(180^\circ - \beta - \gamma)}{CA} = \frac{\sin 2\ \gamma}{2a}$$

и

$$CA = 2\ a \frac{\sin(\beta + \gamma)}{\sin 2\ \gamma}.$$

Подставим числа:

$$CA = 2\ \cdot 0.25 \frac{\sin(60^\circ + 33^\circ)}{\sin 2\ \cdot 33^\circ} \simeq 0.55 \text{ а.е.}$$

Запишем теорему косинусов:

$$CF_2^2 = AF_2^2 + CA^2 - 2\ AF_2 \cdot CA \cdot \cos\angle CAP$$

$$CF_2^2 = r_\pi^2 + CA^2 - 2\ r_\pi \cdot CA \cdot \cos(\beta - \gamma)$$

$$CF_2 = \sqrt{0.1^2 + 0.55^2 - 2\ \cdot 0.1 \cdot 0.55 \cdot \cos(60^\circ - 33^\circ)}$$

$$CF_2 \approx \sqrt{0.1^2 + 0.55^2 - 2\ \cdot 0.1 \cdot 0.55 \cdot \cos(30^\circ)}$$

$$CF_2 \approx 0.46 \text{ а.е.}$$

Комментарии:

Две самых частых ошибки:

1) За эклиптическую широту звезды принимают угол между Солнцем, находящимся в одном из фокусов, и направлением на звезду. Считают, что, когда в проекции эллипс превращается в окружность, её радиус будет равен малой полуоси эллипса. Такие решения оценивались не более, чем 6 баллами.

2) Почти никто не учитывал, что Солнце может находиться в разных фокусах. За нерассмотрение второго случая снимался 1 балл.

Е.С.Бобкова

5. Вокруг звезды класса G2V обращается планета. При наблюдении продолжавшегося 3 часа транзита планеты по диску звезды блеск системы в минимуме составил 97% исходного блеска звезды. При этом примерно в середине транзита наблюдалось увеличение блеска; в локальном максимуме, продолжавшемся менее 2 минут, блеск достиг 98% исходного. Найдите причину увеличения блеска во время транзита и оцените физические характеристики этой причины, которые можно получить из имеющихся данных.

Решение:

Начнем с причины явления. В принципе можно было бы предположить, что на звезде именно во время транзита произошла вспышка, которая привела к наблюдаемому эффекту. Однако звезда — копия Солнца по спектральному классу и классу светимости (и по большинству остальных характеристик, очевидно, тоже), а солнечные вспышки не приводят к изменению оптической (и инфракрасной) светимости Солнца на 1%, они как минимум на порядок слабее. В ультрафиолетовом диапазоне блеск Солнца может меняться на процент (и даже больше), но не на таких малых временах (а из условия следует, что время увеличения блеска было заведомо меньше 3 часов). По параметрам подходили бы вспышки звезд типа UV Кита, но это красные карлики, а мы имеем дело с желтым карликом. Более экзотические механизмы, вроде гравитационного линзирования на планете, тем более не подходят — планета близко к звезде.

Зато можно рассмотреть другой механизм, реально встречающийся при наблюдении транзитов. Блеск звезды ослабляется из-за того, что планета перекрывает часть видимого диска звезды. Однако если в соответствующем месте диска окажется область пониженной яркости — «солнечное» (а в данном случае «звездное») пятно или группа пятен, то блеск будет уменьшаться не так сильно, как если бы пятна не было, и для наблюдателя это будет выглядеть как временный подъем блеска. Вооружившись этой идеей, попробуем понять, что именно мы можем извлечь из имеющихся у нас данных.

Эффективная температура звезды равна примерно $T_\odot = 6 \cdot 10^3$ K, эффективную температуру обращенной к нам стороны планеты вполне можно принять нулевой (она заведомо существенно меньше, а поверхностная яркость пропорциональна четвертой степени температуры). Поэтому падение блеска на 3% означает, что планета перекрыла примерно 3% площади диска звезды. Следовательно, ее радиус примерно равен $\sqrt{3/100}R_\odot = 0.17R_\odot$ — планета большая, ее радиус около 1.7 радиуса Юпитера, но для массивного «горячего Юпитера» это вполне правдоподобно (самая большая известная сейчас планета имеет радиус $8R_♃$. Эта оценка несколько завышена (поскольку существует потемнение диска звезды к краю и в окрестности центра диска перекрываемая область ярче, чем в среднем), но не сильно.

Мы знаем, что локальный максимум при подъеме блеска был очень коротким, но в то же время он был. Это означает, что существовал небольшой интервал времени, когда планета находилась целиком над пятном (или группой пятен), а то, что интервал был небольшим, означает, что размеры пятна/группы примерно совпадают с размерами планеты. Тем самым одну физическую характеристику причины подъема блеска мы оценили.

Займемся второй. Из имеющихся у нас данных следует, что пятно/группа занимает 3% площади всего диска звезды, но при этом обеспечивает 2% его блеска. Следовательно, поверхностная яркость пятна/группы составляет 2/3 средней поверхностной яркости диска. Вспомнив, что поверхностная яркость пропорциональна четвертой степени температуры, получаем, что температура пятна/группы T связана с температурой $T_\odot$ как

$$\left(\frac{T}{T_\odot}\right)^4 = \frac{2}{3}.$$

Отсюда получаем, что

$$T = T_\odot \sqrt[4]{\frac{2}{3}} \approx T_\odot \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}\right) \approx 0.9 T_\odot \approx 5.5 \cdot 10^3 \text{ К}.$$

Температура меньше, чем у фотосферы Солнца, но не настолько низкая, как в центрах солнечных пятен (там она около $4.5 \cdot 10^3$ К). Отсюда можно сделать еще один важный вывод — мы имеем дело не с одним пятном, а именно с группой пятен, локализованной в области диска звезды с характерным размером около 1/5 диаметра диска.

Комментарии:

В целом оценивание задачи соответствовало следующей схеме. 2 балла можно было получить за правильную оценку размера планеты. От 0 до 3 баллов ставилось за идею объяснения эффекта (в зависимости от степени ее реализуемости на практике), еще до 3 баллов — за правильные выводы из сделанного предположения.

Кроме уже упомянутых в решении, следует отметить еще несколько популярных вариантов.

Первый из них — наличие у планеты спутника с орбитой в той же плоскости, что и орбита планеты (до 2 баллов). Те, кто смог оценить физические параметры спутника, при этом должны были обнаружить, что он по размеру похож на Юпитер, то есть это скорее двойная планета (которая при соответствующем условиям задачи радиусе орбиты существовать, по-видимому, не смогла бы).

Также предлагался вариант, при котором планета сильно вытянута приливными силами (планета, настолько сильно меняющая площадь поперечного сечения за время транзита, будет похожа скорее на веретено, и, с учетом ее размера, это малореально; итого за идею 1 балл).

Вариант, при котором планета во время транзита «выходит» за пределы диска звезды, а затем возвращается обратно, был популярен, но геометрически он невозможен (при проекции эллипса на картинную плоскость его большую полуось можно уменьшить или сохранить, но нельзя увеличить), такая идея оценивалась 0 баллов.

П.А. Тараканов