



XXVII Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
отборочный тур, решения

2020

до 16
января

9 класс

1. Какой из объектов быстрее проходит расстояние по орбите, равное своему диаметру, и во сколько раз: Земля или «горячий юпитер» с большой полуосью орбиты 0.05 а.е. и радиусом 90 тысяч км, обращающийся вокруг звезды с массой, равной массе Солнца?

Решение:

Средняя скорость обращения Земли по орбите составляет около 30 км/с. Рассчитать эту величину несложно, если разделить длину земной орбиты на продолжительность года:

$$v_{\oplus} = \frac{2\pi a_{\oplus}}{T_{\oplus}} \approx \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 1.5 \cdot 10^8}{365.24 \cdot 86400} \approx 29.8 \text{ км/с.}$$

Диаметр Земли равен приблизительно $2 \cdot 6400 = 12800$ км, тогда промежуток времени, за который Земля проходит свой диаметр, равен

$$\Delta T_{\oplus} = \frac{12800}{30} \approx 4.3 \cdot 10^2 \text{ с.}$$

Определим скорость вращения горячего юпитера. По третьему закону Кеплера, записанному для системы единиц «год — а.е. — масса Солнца», определим период обращения планеты

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{1}{1} \implies T = \sqrt{a^3} = \sqrt{0.05^3} \approx 0.011 \text{ г.}$$

Средняя скорость движения планеты

$$v = \frac{2\pi a}{T} \approx \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 0.05 \cdot 1.5 \cdot 10^8}{0.11 \cdot 365.24 \cdot 86400} \approx 1.4 \cdot 10^2 \text{ км/с.}$$

Время, за которое планета проходит свой диаметр:

$$\Delta T = \frac{2 \cdot 90000}{140} \approx 12.9 \cdot 10^2 \text{ с.}$$

Таким образом, Земля проходит свой диаметр быстрее в $12.9/4.3 \approx 3$ раза.

А.В.Веселова

2. Определите высоту верхней кульминации одной из самых известных далеких галактик MACSJ0647+7015 (прямое восхождение $\alpha = 6^h 47^m$, склонение $\delta = 70^\circ 15'$), находящейся в созвездии Жирафа, при наблюдении с сопки Халтиатунтури (граница Финляндии и Норвегии, широта $\varphi = 69^\circ 19'$, долгота $\lambda = 21^\circ 17'$).

Решение:

Так как склонение галактики по модулю превышает широту места наблюдения, это означает, что верхняя кульминация будет происходить к северу от зенита. Значит, высота верхней кульминации вычисляется как: $h_{max} = 90^\circ + \varphi - \delta = 90^\circ + 69^\circ 19' - 70^\circ 15' = 89^\circ 04'$.

В.В.Григорьев

3. Наблюдатель на экваторе заметил, что некоторый спутник прошел через зенит в полночь, в 8 часов утра и в 16 часов вечера по местному времени. Определите радиус орбиты спутника, считая ее круговой.

Решение:

Синодический период S спутника относительно наблюдателя равен 8 часам. Обозначим сидерический период его обращения через T , период обращения Земли вокруг своей оси через T_{\oplus} , тогда верно равенство

$$S = \frac{TT_{\oplus}}{T_{\oplus} \pm T} \quad \text{или} \quad T = \frac{ST_{\oplus}}{T_{\oplus} \pm S} = 6 \text{ или } 12 \text{ часов.}$$

Соответствующие радиусы орбит можно найти из III закона Кеплера, например, сравнив спутник с Луной:

$$a = a_{\zeta} \cdot \left(\frac{T}{T_{\zeta}} \right)^{2/3}.$$

Подставляя числа, получаем ответы: 16.8 и 26.7 тысяч километров.

А.В.Веселова

4. Планета движется вокруг звезды по круговой орбите радиусом 2 а.е. со скоростью 15 км/с. Во сколько раз масса звезды меньше массы Солнца?

Решение:

Наиболее быстро эту задачу можно решить, сопоставив параметры движения планеты и Земли. Средняя скорость движения Земли по орбите составляет около 30 км/с. При этом для круговой орбиты центростремительное ускорение равно ускорению вследствие гравитации:

$$a_c = a_g \quad \Longrightarrow \quad \frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \quad \Longrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{GM}{r}},$$

здесь r — расстояние от планеты до звезды, M — масса звезды.

Отсюда отношение скоростей планеты и Земли

$$\frac{v}{v_{\oplus}} = \frac{\sqrt{\frac{GM}{r}}}{\sqrt{\frac{GM_{\odot}}{r_{\oplus}}}} = \sqrt{\frac{M}{M_{\odot}}} \cdot \sqrt{\frac{r_{\oplus}}{r}}.$$

Тогда масса звезды равна

$$M = \frac{v^2}{v_{\oplus}^2} \cdot \frac{r}{r_{\oplus}} M_{\odot} = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot M_{\odot} = 0.5 M_{\odot}.$$

Таким образом, звезда имеет вдвое меньшую массу, чем Солнце.

Задачу можно было решать и иначе: после того, как была получена формула связи круговой скорости, массы звезды и радиуса орбиты, можно было подставить в нее данные в условиях значения в одинаковой системе единиц (например, в СИ), то есть вычислить

$$M = \frac{v^2 r}{G},$$

а затем поделить полученное значение на массу Солнца ($2 \cdot 10^{30}$ кг).

А.В.Веселова

5. Некоторая звезда имеет годичный параллакс $\pi = 0''.0073$ и видимую звездную величину $m = 2^m.84$. Найдите ее абсолютную звездную величину.

Решение:

Абсолютная звездная величина звезды M , видимая звездная величина m и расстояние до звезды r , выраженное в парсеках, связаны зависимостью

$$M = m - 5 \lg r + 5.$$

Поскольку годичный параллакс звезды в секундах π и расстояние до нее в парсеках обратны друг другу, $r = 1/\pi$, то

$$M = m + 5 \lg \pi + 5 \approx -2^m.8.$$

П.А.Тараканов