

9 класс

1. Российская антарктическая станция «Восток» имеет координаты $78^{\circ}28'$ ю.ш., $106^{\circ}48'$ в.д. Какие звезды могут увидеть работающие на ней полярники прямо сейчас, при условии, конечно, ясной погоды?

Решение:

Так как до дня зимнего солнцестояния осталось меньше месяца, можно считать, что склонение Солнца заведомо не превышает $78^{\circ}28' - 90^{\circ} = -11^{\circ}32'$ (на самом деле склонение меньше -21°). Поэтому на станции полярный день, и можно наблюдать только Солнце.

2. Светимость Солнца составляет $4 \cdot 10^{26}$ Вт. Чему равна стоимость солнечного излучения, падающего на Землю за год, если считать, что солнечная энергия тарифицируется как электроэнергия — по 3 руб. 40 коп. за киловатт-час?

Решение:

Доля энергии Солнца, падающего на Землю, равна отношению площади освещенной части земной поверхности к площади сферы с радиусом $r = 1$ а.е. Так как это отношение достаточно мало, можно считать, что освещенная поверхность Земли представляет собой плоский диск с радиусом, равным земному. Таким образом, за 1 секунду на Землю падает

$$E = L_{\odot} \cdot \frac{\pi R_{\oplus}^2}{4\pi r^2} = \frac{L_{\odot}}{4} \cdot \left(\frac{R_{\oplus}}{r}\right)^2 = 10^{26} \cdot \left(\frac{6.4 \cdot 10^3}{1.5 \cdot 10^8}\right)^2 \approx 1.8 \cdot 10^{17} \text{ Дж} = 5 \cdot 10^{10} \text{ кВт} \cdot \text{ч}.$$

В году примерно $3 \cdot 10^7$ секунд, поэтому годовая стоимость падающего на Землю излучения S составит

$$S = (5 \cdot 10^{10}) \cdot (3 \cdot 10^7) \cdot 3.4 \approx 5 \cdot 10^{18} \text{ руб.}$$

Действительно астрономическая сумма!

3. Радиосигнал, отправленный людьми из Солнечной системы, доходит до звезды, у которой живет цивилизация мандрапопов, за 120 лет. Радиосигнал, отправленный с Земли к звезде, около которой живет цивилизация задрыгалов, идет в три раза дольше. Координаты звезды мандрапопов $\alpha = 5^h 42^m$ и $\delta = +56^{\circ}23'$. Координаты звезды задрыгалов $\alpha = 17^h 39^m$ и $\delta = -57^{\circ}10'$. Сколько времени будет идти радиосигнал, отправленный от мандрапопов к задрыгалам?

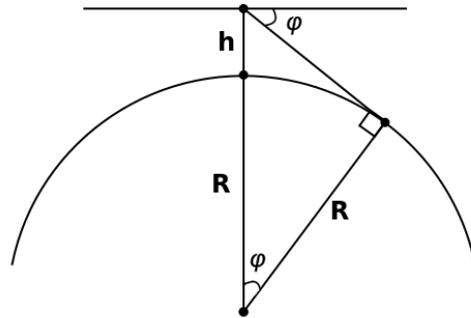
Решение:

Дело в том, что прямые восхождения отличаются почти точно на 12 часов, и треугольник, образованный Землей и этими двумя звездами, практически вырожденный. Так что расстояние надо просто сложить. Правильный ответ — 480 лет.

4. Насколько различается время восхода Солнца на экваторе, если наблюдать восход с вершины горы высотой 1 км и у ее подножья. Считать, что Солнце восходит над поверхностью океана.

Решение:

На экваторе светила восходят и заходят под прямым углом к горизонту. Поэтому промежуток времени между восходами Солнца при наблюдении с вершины горы и у ее подножья равен времени, за который небесная сфера повернется на угол φ , где φ — понижение горизонта.



Здесь на рисунке φ — понижение горизонта, R — радиус Земли, h — высота горы. Очевидно, что угол с вершиной в центре Земли также равен φ . Тогда, принимая во внимание, что $h \ll R$, из прямоугольного треугольника получаем:

$$\cos \varphi = \frac{R}{R+h} = \frac{R+h-h}{R+h} = 1 - \frac{h}{R+h} \approx 1 - \frac{h}{R}.$$

Учитывая, что угол φ мал, заменим его косинус: $\cos \varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2}$ (здесь угол φ выражен в радианах). Отсюда получаем

$$\varphi = \sqrt{\frac{2h}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{6.4 \cdot 10^3}} \approx \sqrt{3 \cdot 10^{-4}} \approx 1.7 \cdot 10^{-2} \text{ рад.} \approx 1^\circ.$$

За 1 час небесная сфера поворачивается на 15° , следовательно, на 1° она повернется за $1/15$ часа, т.е. 4 минуты. Значит, восход Солнца на вершине горы можно наблюдать на 4 минуты раньше, чем у ее подножья.

5. По указанным датам запуска успешных миссий по изучению Марса определите, когда в ближайшее время возможен запуск к Марсу космического аппарата, полет которого пойдет по наиболее энергетически выгодной траектории.

Mariner 4 — 28.11.1964

Mariner 6 — 24.02.1969

Mariner 7 — 27.03.1969

Mariner 9 — 30.05.1971

Марс 5 — 25.07.1973

Марс 6 — 05.08.1973

Viking 1 — 20.08.1975

Viking 2 — 09.09.1975

Mars Global Surveyor — 07.11.1996

Mars Pathfinder — 04.12.1996

Spirit — 10.06.2003

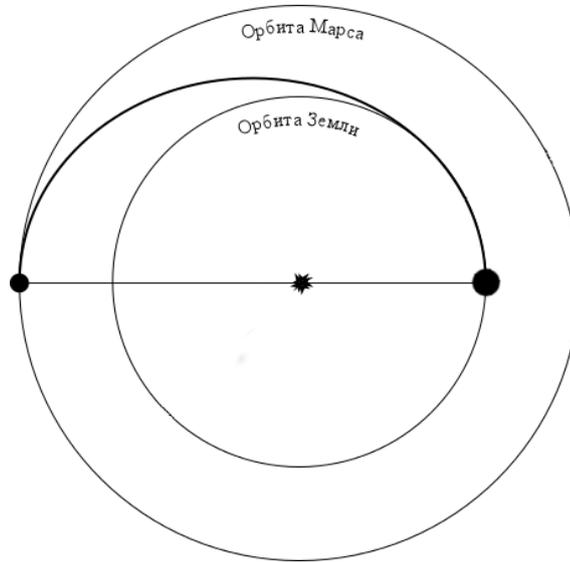
Phoenix — 04.08.2007

Mangalyaan — 05.11.2013

MAVEN — 18.11.2013

Решение:

Наиболее энергетически выгодная траектория перелета — половина так называемого эллипса Гомана, касающегося орбит Земли и Марса.



Запуск космического корабля по такой траектории возможен только в определенные моменты времени, которые наступают с интервалом в синодический период. Найдем временные промежутки между отправленными миссиями с точностью до половины месяца: 51 месяц, 1 месяц, 26 месяцев, 26 месяцев, 0.5 месяца, 24.5 месяца, 1 месяц, 254 месяца, 1 месяц, 78 месяцев, 50 месяцев, 75 месяцев, 0.5 месяца.

Можно заметить, что все промежутки между запусками кратны примерно 25–26 месяцам (аппараты, запущенные с разницей в месяц и менее, очевидно, двигались по близким орбитам). Если предположить, что все миссии отправлялись по траекториям, близким к оптимальным, то можно сделать вывод, что 25–26 месяцев — это и есть синодический период Марса.

Проверим это. Большая полуось орбиты Марса составляет $a_{\text{♂}} = 1.52$ а.е. Тогда по III закону Кеплера период обращения Марса вокруг Солнца равен $T_{\text{♂}} = a_{\text{♂}}^{3/2} \approx 1.87$ лет. Обозначив период обращения Земли вокруг Солнца как T_{\oplus} , найдем синодический период Марса S :

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T_{\text{♂}}} = \frac{1}{1} - \frac{1}{1.87} = 0.87/1.87 \approx 0.465,$$

$$S = 1/0.465 \approx 2.15 \text{ года} \approx 25.5 \text{ месяцев.}$$

Как видно, наше предположение о синодическом периоде Марса оказалось верным.

Прибавив к дате последнего запуска 25.5 месяца, получаем, что ближайшее удобное для запуска время — январь 2016 года.

Действительно, в январе 2016 года в рамках совместной программы Европейского космического агентства и Роскосмоса «ExoMars» планируется запуск аппарата MSO (Mars Science Orbiter), так же известного как TGM (Mars Trace Gas Mission — «Миссия по обнаружению газа на Марсе»). А еще примерно через 2 месяца, в марте 2016 года, NASA планирует старт марсианской миссии InSight.